

18  
A M<sup>r</sup> Aug. Brutails,  
cordial souvenir de son  
compère Yves

## VICTOR MORTET

Archiviste paléographe. Bibliothécaire à l'Université de Paris.

Note historique sur l'emploi de procédés matériels  
et d'instruments usités dans la géométrie pratique  
au moyen âge (X<sup>e</sup>-XIII<sup>e</sup> siècles).

Extrait des Comptes rendus du II<sup>me</sup> Congrès intern. de Philosophie.  
Genève, Septembre 1904.

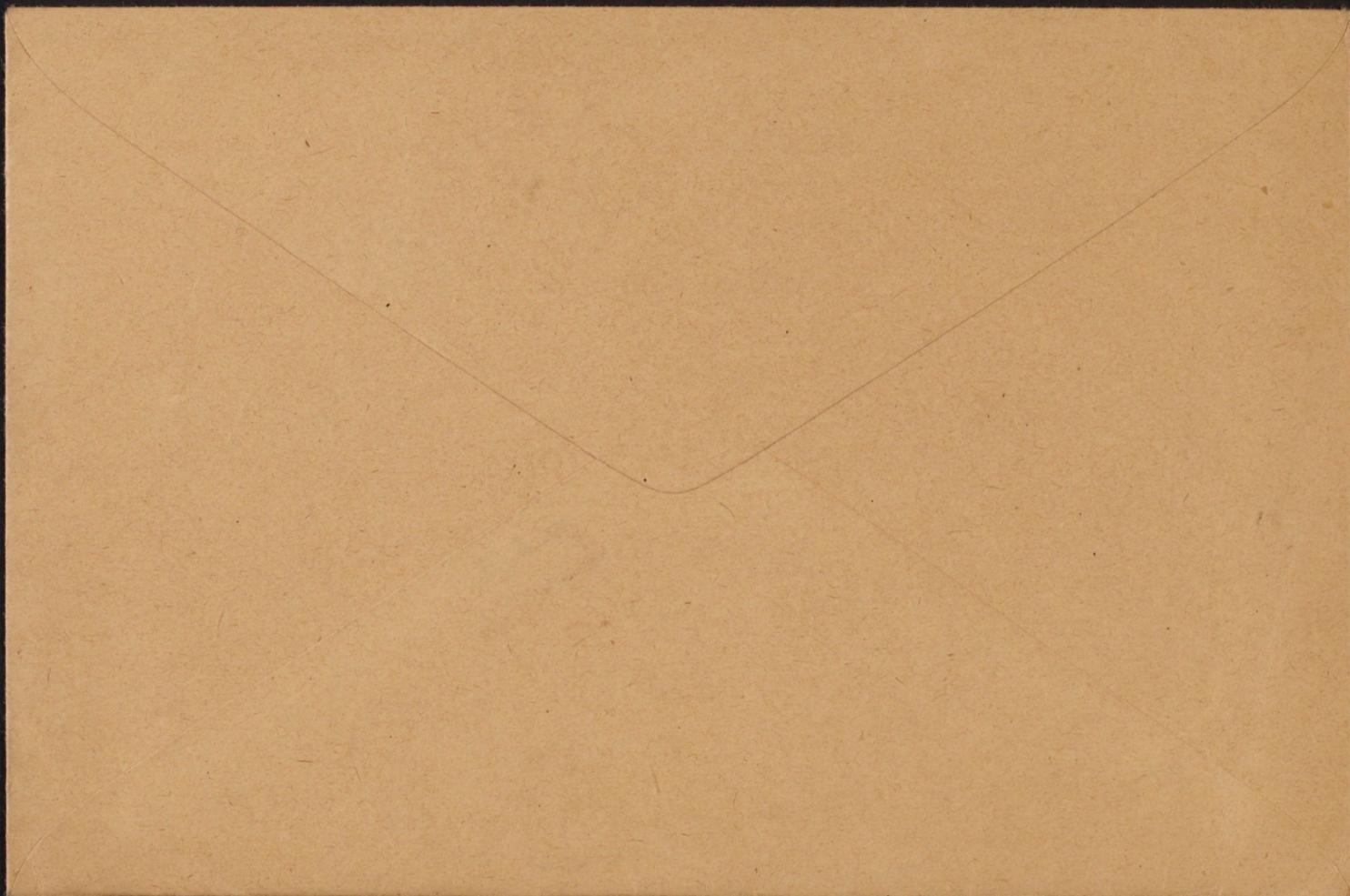
GENÈVE, HENRY KÜNDIG, ÉDITEUR.



H 176-16 (167)

Shirt (suppl.)  
= 4 Tr!  
= 4 yd.  
cents.

Waistcoat  
no money no  
waistcoat  
informal  
Clothing



Les types que M. M. a envoiés sont  
souvent obscur et je ne les interpréterais  
pas toujours comme lui.

2-10. Pour mettre en place, un autre recommande l'emploi d'une corde, "fringue" sur une ligne par ordre circulaire, et lorsque fuisse mesuré le degré de circonference circulaire". Il me vient un double tir ~~et~~ au bout des roses : ne seraient ce pas les points du cercle, tous lesquels, en effet, si la corde dessinrait un polygone et non pas une circonference ?

L. 16. les distributions sur le mois Karré ne  
sont plus pluviométriques et on comprend que, dans  
une machine à calculer, fixer sur 100 signes  
peut signifier non pas plus de 100, mais  
moins souvent que plus de 100, et si l'on  
veut la nature d'une distribution dans un  
généralité.

L. 17. Il ne semble plus que la surface soit composée d'un gros cercle. Croissant, c'est la mesure qu'il soit de l'aire du cercle. croissant, c'est la mesure qu'il soit de l'aire du cercle qui est à ce choix de dimensions: croissant circumference, c'est croître en taille une sphère dont les grandes arêtes sont égales sur un cercle dans le quelque.

Ces diverses rumeurs divergentes ne m'empêchent nullement d'appréhender comme il convient le résultat à l'issue de la bataille, et M. Moret. Elle suggère de réflexions sur tout ce qui se passe maintenant avec nos voisins.



Victor Mortet, Notice historique sur  
l'emploi de procédés météorologiques et d'  
instruments utilisés dans la géodésie  
pratique au moyen siècle (X<sup>e</sup> - XVIII<sup>e</sup> siècle).  
(Extrait des Comptes rendus du 11<sup>e</sup> congrès  
international de philosophie. Génève, sept.  
embre 1904.

M. Kortel a colligé dans deux ouvrages  
de géométrie les recensions de procédés et d'instrum.  
tents: les uns ont pour but l'application  
d'un certain nombre de règles de la géométrie. Les autres servent  
à contrôler ou à rendre sensibles ces règles  
elles-mêmes. Il est à peine vrai de dire  
quel intérêt présentent des recherches de ce genre.

Le visiteur paraissait très impressionné,  
employant des instruments, réservés à ce  
professeur praticien, et il en serva toujours  
ainsi : Le Professeur Thivierge nous enseigna que  
nous pouvions ~~communiquer~~ déterminer la  
longueur du côté ~~du triangle~~ ~~qui nous~~  
~~connaissons~~ d'une ligne ~~à l'aide de l'~~  
après les rapports des triangles semblables,  
nous fûmes ~~mis~~ à faire le dessin, il faut construire ces  
triangles, et pour ce faire des matrices  
liser Ces matrices sont ~~évidemment~~ ~~formées par la~~  
autre part, si côté de ce dessin, il  
existait ~~une imprécision~~, des que l'éditeur  
de Cise appelaient "magasin mondial" de  
ce qu'il est plus précisément "nos livrées"  
on. d'une ~~part~~ ~~part~~ ~~formée au moyen de~~ ~~qui~~  
C'est l'imprécision qui devra servir pour  
figurer l'indication, pour être mise pour la  
Vérification scientifique. Et c'est par ce  
moyen que les savants de notre époque  
s'opposent à l'attention

MS.176-16 (16)<sup>2</sup>  
Paris, 22 juillet 1908 soixante-dix-sept  
71, Avenue d'Orléans, XIV<sup>e</sup>

Mon cher confrère



Veuillez m'excuser, je vous prie,  
si je vous demande de faire une petite  
 vérification relative à l'un des textes de  
 mon Recueil qui intègre la Saure -  
Majeure. Vous avez déjà en l'obligation  
 de me envoyer la copie d'un acte que j'ai  
 reproduit (n° LXXXIV, § 3.) Il me  
 semble qu'un dernier contrôle ne serait  
 pas inutile pour les deux sections  
 1 et 2 dudit §, mot par mot.  
 Si rien de tout ciò bien faire, à l'encre  
 rouge, si possédez les corrections que  
 vous jugerez nécessaires.  
 Je n'ai pas besoin de vos idées que



j'ai eu à diverses reprises à vous  
écrire en note dans mon Recueil  
et toujours avec profit pour les lecteurs.  
Nous allons incessamment donner  
le bon à tirer de la p. 16.

(jusqu'à la p. 26.) Le texte du  
Le Sacre sera à la p. 26 d'  
Mon volume en cours aura bien 450 pages.  
J. travaille depuis un certain temps  
aux tables et glossaires au fur et à  
mesur que j'ai des bons à tirer -  
ce qui est une longue affaire, voyez-le  
bien (tables des noms de personnes, de lieux,  
de matières - ou plats) rapporter des matières,  
A ce sujet, j'aurai sans me dire  
pour une note de la p. 116 (à propos  
des tables) si Cornella - ou  
Corneilla - de Conflent est  
une église conventuelle  
si l'église d'Annos  
(Darker Alpes) en elle aussi  
conventuelle?



Permettez-moi, cher confrère,  
d'aller offrir mon Formulari  
parmi ceux des additifs considérables  
depuis lors, dans le temps à part  
que je vous envoi) par l'atord, des j.  
vers le Buell. monument.  
J'ai traité là un sujet neuf,  
Ors le Savoy qui le rattaché  
à mon ensemble de travaux  
sur la tradition antique  
(que je l'aurai peu à peu en  
volumes). N. Aug. Choisy  
auquel je suis en relation  
de correspondance - s'en en moubi  
très satisfait, le qui me compense  
des efforts que ces travaux me  
ont coûté.

Je joins à mon envoi  
mon étude sur l'Algorisme  
français, travail de déroulement  
que je vous ai fait par les  
éditeurs de l'Encyclopédie des  
Sciences mathématiques, partie



histoires) qu'ils pourront écrire  
j'espère (Paris, G. Villon, —  
Leipzig, Teubner)

Je vous serais reconnaissant  
mon cher empêtré, si vous pouviez  
me faire dire quelques mots  
dans le Bibliothèque de l'Acad  
des Chartes (non point dans  
travaux-là, car cela vous  
entraînerait loin), mais  
d'un petit prospectus que depuis  
longtemps je voulais vous envoyer  
& qui j'ai présenté au Couvent des  
philosophes  
& genêres sur la technique  
d'ombrage au moyen âge.  
M. J. Lamy en a parlé  
dans le Bulletin des S. mathématiques  
à propos du dit longeur & M.  
Darboux qui s'y est intéressé  
l'avait déposé il y a 2 ou 3 ans  
sur le bureau de l'Acad. des  
Sciences dont il ne sera pas perdu.

Prin intérêts de voir  
~~l'application~~ la force de  
la gravité qui n'importe  
que de la proportion pourra  
permettre à l'expérimentation  
la géométrie, la plus  
séduisante des sciences.

II<sup>me</sup> CONGRÈS INTERNATIONAL DE PHILOSOPHIE

GENÈVE, 4-8 SEPTEMBRE 1904.

*Extrait des Comptes rendus du Congrès.*

NOTE HISTORIQUE SUR L'EMPLOI  
DE PROCÉDÉS MATÉRIELS ET D'INSTRUMENTS  
USITÉS DANS LA GÉOMÉTRIE PRATIQUE  
AU MOYEN AGE (X<sup>e</sup>-XIII<sup>e</sup> SIÈCLES)

Par M. VICTOR MORTET

Archiviste paléographe, Bibliothécaire à l'Université de Paris



AVANT-PROPOS

On sait qu'au moyen âge des auteurs connus, de même que des compilateurs anonymes, ont suivi la division de la géométrie en deux parties, à savoir, la partie théorique ou spéculative et la partie pratique, la première s'adressant principalement à la spéulation mentale, la seconde se servant de l'expérience sensible. Pour en citer un exemple précis, c'est cette distinction qui est reproduite en tête d'un opuscule du XIII<sup>e</sup> siècle qui a dû être d'un usage courant, vu le nombre des manuscrits qui en subsistent, et qui débute comme un traité général de géométrie, bien qu'il soit exclusivement consacré à l'arpentage. Voici le commencement de ce traité :

« Geometrie<sup>1</sup> due sunt partes, [scilicet] theorica et practica<sup>2</sup>. Theo-

<sup>1</sup> [Tractatus quadrantis mag. Roberti Anglici in Montepessulanus]. Prohemium... dans le *Traité du quadrant* de M<sup>e</sup> Robert Anglès (Montpellier, XIII<sup>e</sup> siècle, publ. p. M. Paul TANNERY (*Not. et Extr.* XXXV, 2<sup>e</sup> p., p. 593).

Cf. Vincent. Bellovac. *Spec. doctrin.* I. XVI, c. XXXVII (*de partibus Geometræ*), d'après Alfarabi : « Geometria similiter alia est *activa*, alia *speculativa*. Activa considerat *lineas*, *superficies* et *corpora* tribus modis ; quia vel in altum, et hæc planimetria, vel in profundum, et hæc perimetria.... Speculativa vero considerat figuræ prædictas... *absolute* quidem *absque omni materia*. » (éd. 1624, col. 1524). — C'est de l'ouvrage du philosophe arabe, qui fut vulgarisé en Occident au cours du XII<sup>e</sup> siècle, qu'est sortie la division de la géométrie en *theorica* et *practica*, avec la subdivision de cette même *practica*. C'est une observation que nous avions faite de notre côté, avant d'avoir eu connaissance des intéressantes recherches de Ludwig Baur.

<sup>2</sup> Voy. aussi dans Roger Bacon les expressions suivantes : « instrumenta et tabulae geometricæ practicæ », *Opus tertium*, éd. Brewer (1859), à propos du passage des pp. 35-37, que nous citons plus loin.



*rica est que sola mentis speculatione quantitatuum proportiones et earum mensuras. Practica est quando alicujus rei quantitatem ignotam experimento sensibili mensuramus. Mensurationis autem artificialis, que practica dicitur, tres sunt species<sup>1</sup>, scilicet altimetria, planimetria et steriometria... »*

Cette géométrie pratique, qu'on pourrait appeler aussi, à un certain point de vue, *artificialiste*<sup>2</sup>, a recours à des procédés matériels ayant pour but de mettre sous les yeux, d'une façon sensible, des mesures et des proportions que l'on peut ainsi vérifier empiriquement: de là l'usage d'instruments de différentes formes, dimensions et matières, que l'antiquité, — romaine par exemple, — a connus au moins, en grande partie, pour l'arpentage notamment, mais qui, au moyen âge, ont pris une extension assez considérable, non seulement pour la pratique d'opérations usuelles, mais encore pour l'enseignement, plus ou moins élémentaire dans ses modes d'exposition orale ou écrite. On en trouve la preuve dans divers recueils de géométrie du moyen âge, comme dans la compilation de nature hétérogène qui est connue sous le titre de *Geometria Gerberti*<sup>3</sup>, recueil factice formé vers la fin du XI<sup>e</sup> siècle, texte dont la seconde partie d'origine inconnue est pré-

<sup>1</sup> Dans l'opuscle appelé *Practica Hugonis*, dont il sera question plus loin, la division de la *practica geometriæ* est celle-ci : *altimetria, planimetria et cosmimetry*; il en est de même, remarque M. P. Tannery, dans le *Didascalicon*, avec une signification assez différente, mais on n'en peut douter d'après la source arabe susmentionnée. La *Cosmimetry*, dans le premier de ces écrits, observe le même auteur, « garde une signification tout à fait spéciale, étrangère à Alfarabi, et seule conforme au sens obvie du mot latin. »

<sup>2</sup> Nous empruntons ce qualificatif à l'étude sociologique de M. A. Espinas sur les *Origines de la technologie* (1897), et nous l'appliquons pour la première fois à cette branche des mathématiques, considérée sous le rapport pratique.

Il nous a paru intéressant de rapprocher du texte ci-dessus le passage suivant de Dominicus Gundissalinus (le célèbre archidiacre de Tolède, plus généralement connu sous le nom inexact de Gundisalvus), *de divisione philosophie*, lequel écrivait, comme on sait, vers le milieu du XII<sup>e</sup> siècle, et a utilisé la traduction de Gérard de Crémone :

« *De Geometria... Artifex vero practice est, qui eam operando exercet. Duo autem sunt, qui eam operando exercent, scilicet mensores et fabri. Mensores sunt, qui terre altitudinem vel profunditatem vel planiciem mensurant; fabri sunt, qui in fabricando sive in mechanicis artibus operando desudant, ut carpentarius in ligno, ferrarius in ferro, cementarius in luto et lapidibus, et similiter omnis artifex mechanicarum artium, secundum geometriam practicam....* (ed. Baur, p. 109). » *Beiträge zur Geschichte der Philosophie des Mittelalters*, IV, 2-3, Münster, 1903.

<sup>3</sup> *Geometria Gerberti* dans les Œuvres de Gerbert, éd. Olleris, voy. surtout

cisément consacrée aux procédés pratiques d'arpentage et suppose la connaissance de l'astrolabe; il en est de même dans des ouvrages écrits en latin sous le titre de *Practica Geometriae*, dont il y a un exemple très intéressant, en France, dès le milieu du XII<sup>e</sup> siècle<sup>1</sup>, mais dont le plus fameux est sans contredit celui du savant Léonard de Pise qui écrivait dans le premier quart du XIII<sup>e</sup> siècle<sup>2</sup>; il y en a aussi, entre autres, un très curieux exemple dans un opuscule anonyme d'ancien français appelé *Pratike de Géométrie*<sup>3</sup>, qui appartient au même siècle du moyen âge.

Nous n'avons aucunement à entrer ici dans l'examen de ces procédés matériels au point de vue de leur valeur en mathématiques; nous plaçant seulement au point de vue des textes de cette époque, nous avons simplement, pour notre modeste part, l'intention de faire connaître la valeur de quelques-uns de ces témoignages historiques, de les rapprocher et de les comparer, en indiquant leur provenance et leur intérêt documentaire. Aussi bien la langue technique du moyen âge exige-t-elle parfois une interprétation précise, assez difficile comme, par exemple, dans les anciens textes romans.

*Gerberti... opera mathematica*, éd. Bubnov, 1899 (*App. IV. 1.*) Cf. *ibid. practica geometriæ*, CIII, 48 a, 336, var. a.; *theorica geometriæ*, XXXIV, 48 a.

<sup>1</sup> En 1897, le savant et regretté Max. Curtze a publié, comme anonyme, d'après un ms. de Munich, dans les *Monatshefte für Mathematik*, VIII, un court opuscule, intitulé *Practica geometriæ*, composé vers le milieu du XII<sup>e</sup> siècle; cet écrit est particulièrement intéressant en ce qu'il fait toucher du doigt le développement mathématique dans l'Occident latin au moment précis où l'influence des traductions faites sur l'arabe va commencer. Comme l'a fait remarquer un maître très compétent, M. P. Tannery, dans une communication à l'Académie des inscriptions (séance du 29 juin 1900; cf. *Bull. des sc. math.*, 1899, p. 440-445) il n'y a pas lieu, peut-être, d'attribuer cet ouvrage à Hugues de St-Victor (comme le proposait B. Hauréau), bien que l'auteur s'appelât lui-même Hugues. De nouvelles recherches seraient donc nécessaires au sujet de cette attribution. (Voy. la préface que M. Paul Tannery a mise en tête de l'ouvrage de Fourier Bonnard sur *l'Histoire de l'abbaye royale et de l'ordre des chanoines réguliers de St-Victor de Paris*, p. VIII-X).

<sup>2</sup> La *Practica geometriæ* di Leonardo Pisano, dans les *Scritti di Leonardo Pisano, matematico del secolo decimoterzo*, pubbl. da B. Boncompagni, II (1862).

<sup>3</sup> *Les deux plus anciens traités français d'algorisme et de géométrie*, publ. p. M. Ch. Henry dans le *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* de 1882.

## I

2.— Nous voyons dans la Géométrie *dite* de Gerbert qu'on insiste sur la nécessité de représenter matériellement sous une forme solide des figures qui ne pouvaient être alors bien comprises à l'aide de la simple représentation plane. La cire, le bois ou quelque autre matière de ce genre peuvent s'employer à cet effet : « solidus qui in planitiei quidem æqualitate non « potest aperte figurari, sed vel mente intelligi, vel « ligno, aliave ejus modi materia facile valet formari, quamvis Cal- « cidius Timæum Platonis exponens solidum in plano corpus figu- « ratum utcunque descripserit<sup>1</sup>. »

Parmi les instruments (*instrumenta*) mentionnés dans ce recueil, — sans parler ici des communes mesures<sup>2</sup>, telles que la perche (*per-tica*), par exemple ; — nous distinguons l'usage du *perpendiculum*, qui nous apparaît aussi muni d'un *æquipendium* pour la mesure des hauteurs, puis, notamment pour cette même mesure, l'emploi du miroir (*speculum*) ou d'un vase contenant un liquide, comme l'eau, qui renvoie la lumière et l'image des objets (*concha, scutella plena aquæ*) ; nous notons aussi l'usage d'un ou de deux bâtons droits (*fustis, lignum, lignum directum, cf. hasta*), de baguettes (*virga, virgula*), d'inégale longueur, du roseau (*arundo*) employé seul ou associé avec un autre, et que sa légèreté devait rendre commode, de l'orthogone (*orthogonium*), du *quadratum geometricum*, de l'horoscope (*horoscopus*), sans compter, toujours pour l'évaluation des hauteurs, le procédé du jet d'une flèche retenue par un long fil (*jaculare ingenium, arcus cum sagitta et filo*). Rappelons que dans son étude intitulée *Gerbert, Beiträge zur Kenntnis der Mathematik des Mittelalters* (1888), H. Weissen-

<sup>1</sup> Ed. Olleris, p. 405. Cf. Bubnov. *Gerberti opp. math.* App. IV. 1.

<sup>2</sup> *Ibid.*, p. 406.

<sup>3</sup> « Constituamus arundinem tali magnitudine, ut duplari proportione proportionetur sensoris longitudine. Cujus medio altera arundo orthogonaliter conjugatur, quæ, staturæ sensoris æqualis, ei, cui conjugitur subdupla habeatur... » (*Geom. incerti auctoris*, dans Bubnov, *App. IV. 1. Opp. math.* p. 324). — Pour le *perpendiculum*, voy. *ibid.*, p. 321 et p. 324. On lit à cette dernière page (mesure des hauteurs) « Huic dimensioni omnique *perpendiculo æquipendium* appendatur, quod geometricaliter institutum ad mensuram paratur. »

<sup>4</sup> *Ibid.*, p. 334-335, où ce procédé est qualifié de *militare exercitium*. Cf. Leon. Pis. p. 203, pour cet instrument de géomètre-arpenteur, usité aussi, d'après les chroniques, par le génie militaire, au moyen âge.

born a consacré un chapitre<sup>1</sup> intéressant aux anciennes méthodes de mesure dont se servaient les géomètres-arpenteurs du moyen âge, d'après la compilation dite Géométrie de Gerbert. L'examen de ces méthodes l'a conduit à cette conclusion qu'elles rappellent tantôt l'optique d'Euklide (cap. 19—22), tantôt les écrits des Arabes, sans compter les applications personnelles que ces géomètres ont pu apporter à d'anciennes méthodes ; mais il n'a pas fait la part suffisante qui revient aux agrimenseurs romains dans ces procédés de géométrie appliquée, ainsi que le montre le texte des *Gromatici veteres*, étudié d'une façon critique, et la survivance, dans des écrits du moyen âge, de termes et de locutions techniques<sup>2</sup> d'origine antique.

Si nous consultons la correspondance de Gerbert, nous apprenons de lui-même qu'il construisait des sphères qui étaient polies à l'aide d'un tour et recouvertes avec du cuir. On pouvait aussi, nous fait-il savoir dans la même lettre, — et ce renseignement a un véritable intérêt pour nous, comme on le verra plus loin, — revêtir ces sphères de couleurs, et la diversité des teintes devait répondre à des différences essentielles de grandeur, représentées ainsi sur la surface de ces solides.

Sa lettre mérite d'être citée<sup>3</sup> : « Difficillimi operis incaepimus spe-  
 « ram, quæ et torno jam sit expolita, et artificiose equino corio obvo-  
 « luta. Sed, si nimia cura fatigaris habendi, simplici fuceo interstinc-  
 « tam, circa marcias kalendas eam expecta. Ne si forte cum orizonte,  
 « ac diversorum colorum pulcritudine insignitam præstoleris an-  
 « num perhorrescas laborem ».

C'est là un témoignage précis et daté<sup>4</sup> qu'on ne peut passer sous silence, et qui cependant a été trop négligé jusqu'à présent.

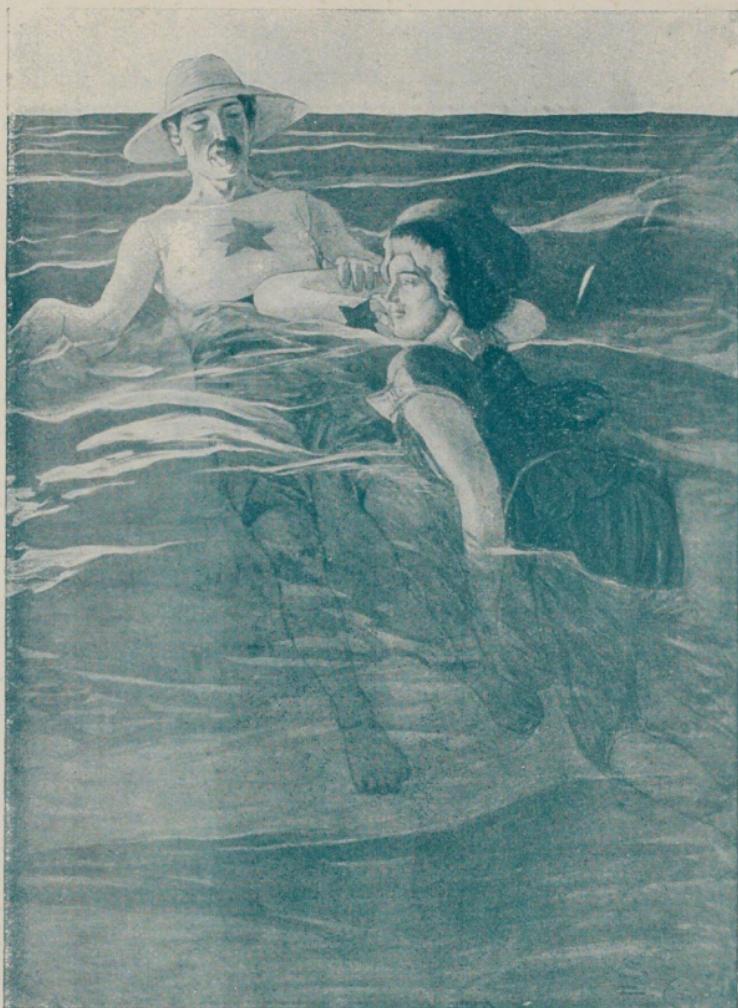
<sup>1</sup> Ch. II, p. 96-168.

<sup>2</sup> Pour l'astrolabe, Weissenborn voit dans la forme originelle et la plus générale de cet instrument, une extension, une imitation élargie du planisphère d'Hipparche et de Ptolémée. — C'est par emprunt aux Arabes d'Espagne que cet instrument s'introduisit dans l'Occident vers le commencement du XI<sup>e</sup> siècle. Voy. surtout dans les *Notices et Extraits des manuscrits*, XXXVI (1900), p. 503-506, l'*Introduction* de M. Paul Tannery à une *Correspondance d'écolâtres du XI<sup>e</sup> siècle* (p. P. Tannery et l'abbé Clerval).

<sup>3</sup> *Lettres de Gerbert*, éd. J. Havet, n° 148, p. 131. Cf. Lausser, *Gerbert, Etude historique sur le X<sup>e</sup> siècle* (1866) p. 73 et s.

<sup>4</sup> Il s'agit du 1<sup>er</sup> mars 989. Gerbert ne put tenir cette promesse (lettres 152 et 162). On lit notamment dans la lettre 152 qu'il diffère l'envoi de la sphère « *torno expolita* » dont il vient de parler et que dans cette lettre 152 il appelle « *tornatile lignum*. » Cette lettre daté de février environ de ladite année.

CHEMINS DE FER DE L'ÉTAT  
SAISON 1909



*Bains de Mer de l'Océan*

Royan, Les Sables-d'Olonne, La Rochelle, Pornic, St-Gilles-Croix-de-Vie  
Châtelain, Fouras, Iles d'Yeu, de Noirmoutier, de Ré, d'Oléron.

TRAINS RAPIDES DE TOUTES CLASSES

# BAINS DE MER

1<sup>o</sup> Billets d'aller et retour valables **33 jours** (*non compris le jour du départ*) avec faculté de prolongation d'une ou deux périodes de 30 jours, moyennant un supplément de 10 % par période;

2<sup>o</sup> Billets d'aller et retour valables **5 jours**, *du vendredi de chaque semaine au mardi suivant ou de l'avant-veille au surlendemain d'un jour férié*;

3<sup>o</sup> Billets d'aller et retour valables **1 jour** (*le dimanche ou un jour férié*), *délivrés par les gares situées au sud de la Loire seulement.*

## ABONNEMENTS DE BAINS DE MER

Cartes valables 1 mois, 3 mois ou 6 mois. *Réduction de 40 % sur les prix des cartes d'abonnement ordinaires de même durée.*

## BILLETS D'ALLER ET RETOUR DE FAMILLE

POUR LES VACANCES

*Valables 33 jours, non compris le jour du départ.*

Pour les familles composées d'au moins trois personnes, prix de trois billets d'aller et retour ordinaires ; pour les familles de plus de trois personnes, ce dernier prix est augmenté du prix d'un billet simple pour chaque personne en plus de trois.

## EXCURSIONS

*Cartes d'excursion valables 15 jours.*

A. — Sur l'ensemble du réseau (*Lignes du Sud-Ouest*):

1<sup>re</sup> cl., 135 fr. ; 2<sup>e</sup> cl., 100 fr. ; 3<sup>e</sup> cl., 75 fr.

B. — Sur les lignes au Sud de la Loire:

1<sup>re</sup> cl., 100 fr. ; 2<sup>e</sup> cl., 75 fr. ; 3<sup>e</sup> cl., 50 fr.

## VOYAGE CIRCULAIRE AU LITTORAL DE L'OcéAN

*Entre Bordeaux et Nantes.*

Billets valables **33 jours** : 1<sup>re</sup> cl., 60 fr. ; 2<sup>e</sup> cl., 45 fr. ; 3<sup>e</sup> cl., 30 fr.

Billets spéciaux, comportant une réduction de 40 % pour rejoindre et quitter l'itinéraire du voyage circulaire.

## CARTES D'EXCURSION EN VENDÉE

*Valables 15 jours.*

Délivrées par les gares des lignes comprises sur l'itinéraire.

Prix : 1<sup>re</sup> classe, 34 fr. ; 2<sup>e</sup> classe, 28 fr. ; 3<sup>e</sup> classe, 18 fr.

## EXCURSION EN TOURAINE

Billets valables 15 jours : 1<sup>re</sup> cl., 26 fr. ; 2<sup>e</sup> cl., 20 fr. ; 3<sup>e</sup> cl., 13 fr.

Billets spéciaux comportant une réduction de 40 % pour rejoindre et quitter l'itinéraire du voyage d'excursion.

## BILLETS D'EXCURSION AUX ILES DE NOIRMOUTIER, D'YEU, DE RÉ, D'AIX ET D'OLÉRON

3. — Si du dernier quart du X<sup>me</sup> siècle nous passons au XI<sup>me</sup>, nous constatons, à un autre point de vue, l'emploi de procédés matériels en géométrie, sous la forme de vérifications graphiques, ainsi que l'usage d'instruments de mesure.

A propos de la mesure du triangle et de sa vérification expérimentale, on lit, en effet, dans la lettre de Ragibold de Cologne à Radolf de Liège :

« ... Quod si adhuc te (latet) nostræ veritas expositionis, *cum circi probatione vel proportionali membranarum incisione cuncta quæ dicimus vera esse poteris comprobare...* ».

Les vérités géométriques sont alors envisagées comme expérimentales. Il est clair que, si les lettrés du XI<sup>me</sup> siècle connaissent traditionnellement, par exemple, la formule d'Archimède pour le calcul de l'aire du cercle, ils ne peuvent pas s'imaginer qu'elle ait été obtenue autrement que par des procédés empiriques, « *in membranis et pelliculis* », comme le dit l'écolâtre Francon de Liège. Un autre écolâtre, Ragibold de Cologne, parle aussi de vérifications graphiques « *cum circini probatione* », ou même effectuées en découpant des morceaux de parchemin, « *proportionali membranarum incisione*<sup>2</sup> ».

Enfin, dans une lettre du même au même, il est question d'un instrument quadrangulaire, servant de mesure, à trois dimensions aux figures géométriques de trois pieds :

« *Geometricas figuras ad mensurandum tres pedes habemus (ad) instrumentum longum quem et rectum, quadratum quem et latum, crassum quem dicimus et solidum*<sup>3</sup>. » — (Cf. *suprà* l'instrument dit *quadratum geometricum*.)

4. — A la fin du XII<sup>e</sup> siècle, le moine augustin Alexandre Neckam, qui professait à Paris en 1180, parlant au sujet de la géométrie, dans son traité *de Naturis rerum* (ch. CLXXXIII, Arts libéraux), de l'équivalence des volumes par rapport à une égale quantité de matière, rappelle dans l'exemple suivant l'emploi de la cire comme procédé pratique de vérification expérimentale.

« Sed ad notiora descendamus, censemtes illos esse geometriæ ignaros qui putant ad assignationem æqualitatis formæ similitudinem desiderari; unde non opinantur pilam rotundam et lanceam esse æquales. Sed eorum supina ignorantia convincenda est hoc modo.

<sup>1</sup> Une correspondance d'écolâtres du XI<sup>e</sup> siècle publ. par M. P. Tannery et l'abbé Clerval dans les *Notices et Extraits*, XXXVI (tir. à part, 1900, p. 46).

<sup>2</sup> P. Tannery et Clerval, *ibid.*, p. 16.

<sup>3</sup> *Ibid.*, p. 48.

Fiat rotundum cereum corpus, ita ut quantitas ejus ex aequo se cometiatur quantitati pilae rotundæ. Deinde cera dicta producatur extensa in parilitatem lanceæ. Patet igitur quod hæc cera est aequalis lanceæ, sed quantacumque fuit hæc cera, est hæc cera, et e converso, prius igitur fuit aequalis lanceæ ».

Dans son poème sur les Arts libéraux, qui date aussi de la fin du XII<sup>me</sup> siècle, Alain de Lille nous montre la Géométrie asservissant la matière et la faisant servir à l'exposé des démonstrations mathématiques. On sent que l'œuvre du rhéteur africain, Martianus Capella, est présente à son esprit:

« Fabrum

« Induit...  
 « Mente, manu, studiis invadit, corrigit ipsam  
 « Materiam plumbi quam crebro malleus urget,  
 « Imprimit ad placitum formam, vetus exit et intrans  
 « Forma recens plumbi veteres excusat abusus.  
 . . . . .  
 « Hic geometra vagum sine motu præterit orbem,  
 « Aerii tractus<sup>2</sup> ».

L'Astronomie poursuit le même travail :

« Exit sphæra manum, quoniam manus ipsa vocatur  
 « Ad nova, quæ cedens fabri sibi vindicat artem.  
 « Dum manus excedit aurum, massamque figurat<sup>3</sup>... »

5. — Au XIII<sup>me</sup> siècle, Roger Bacon (1214-94), dans son *Opus tertium*, insiste avec force sur l'importance et la variété des instruments de mathématiques, sur leur utilité pour l'arithmétique comme pour la géométrie pratique, sur leur conservation et leur maniement délicat, en un mot, sur tout ce qu'on pourrait appeler le laboratoire du mathématicien. Ce passage mérite d'être cité textuellement, au moins en partie<sup>4</sup> :

« Sans instruments mathématiques, on ne peut, dit-il, rien con-

<sup>1</sup> Né en 1157, mort en 1217. Son ouvrage date de la fin du XII<sup>e</sup> siècle, d'après le témoignage de Jean de Bromton. Voy. la Préf. de l'édition Ch. Wright, Londres, 1863, dans la coll. des *Rer. britann. med. æv. script.* Le passage que nous citons est à la p. 300 de ladite édition.

<sup>2</sup> Alan, de Insulis, *Anticlaud.*, col. 520, éd. Migne.

<sup>3</sup> *Ibid.* col. 520. — Voy. notre étude, *Notes sur le texte des « Institutiones de Cassiodore*, III (de Geometria), *Revue de philologie*, 1900, p. 278. (Tir. à part.)

<sup>4</sup> « Sine instrumentis mathematicis nihil potest sciri... instrumenta, nisi

« naître, et si ces instruments ne sont pas en quantité énorme, ils « ne servent à rien ; ils sont d'un usage défectueux et de conservation « difficile ; à cause de la rouille, on ne peut les transporter d'un lieu « à un autre sans crainte d'accident ; on ne peut avoir partout et tou- « jours de nouveaux instruments ; il le faudrait pourtant, si l'on n'a « des tableaux dressés bien exactement... ».

Roger Bacon insiste à ce sujet sur les dépenses qu'entraînent ces instruments ; puis il indique leur utilité en ce qui regarde la pratique de l'arithmétique et de la géométrie, sans entrer, ce qui serait à souhaiter, dans des détails plus développés.

« Deinde sunt alia *instrumenta et tabulæ<sup>1</sup> geometricæ practicæ et arithmeticæ practicæ*, et musicæ, quæ sunt utilitatis magnæ, et ne- « cessario requiruntur ».

## II

6. — Au cours du même siècle, dans sa *Practica geometriæ* (1220), Léonard de Pise a employé des formes d'exposition géométrique qui sont loin d'être toujours les mêmes.

sint immensæ quantitatis, nihil valent ; et hæc mali usus sunt, et difficilis con-  
servationis propter rubiginem ; nec possunt portari de loco ad locum, sine  
periculo fractionis, et homo non potest habere ubique et semper nova instru-  
menta, cum tamen oporteat hoc, nisi habeat tabulas certificatas. Sed hæ-  
tabulæ vocantur *Almanach vel Tallignum*, in quibus semel sunt omnes motus  
cœlorum certificati a principio mundi usque in finem, sine quotidiano labore,  
ut homo possit inspicere omnia quæ in cœlo sunt omni die, sicut nos in  
calendario inspicimus omnia festa sanctorum ; et tunc omni die possemus  
considerare in cœlo causas omnium quæ in terra renovantur, et consimilem  
dispositionem cœli quærere in præterito, et invenire consimiles effectus. Et  
similiter de futuro. Et sic omnia cognoscerentur. »

<sup>1</sup> Dans le *Bull. des sc. math.*, 1892, p. 217-218, M. P. Tannery a insisté avec raison sur l'usage des tables dans les traités de géométrie pratique et d'astronomie du moyen âge. La *tabula* se rapproche, dit-il, du *ταβλὴν*, d'origine antique, lequel a dans le langage mathématique des Grecs un sens technique tout particulier. Dans sa *Practica geometriæ*, Léonard de Pise insère des tables de calcul (p. 96) sur les mesures des cordes des arcs : « cum per has tabulas, qualiter arcus circulorum inveniri debeant, demonstrare proposuerim... » (p. 97).

<sup>2</sup> Rog. Bacon, *Opus tertium*, éd. Brewer (1859), p. 35-37. — Cf. A. Parrot, à propos de Roger Bacon et de ses contemporains, dans *Mém. de l'Acad. d'Angers*, nouv. pér., II (1892-93). — Voy. aussi Sydney H. Hollands, *Some mediæval mechanicians* dans le recueil périodique *The Antiquary*, 1897, p. 234. L'auteur étudie surtout R. Bacon et ses « admirable artificial instruments. »

Presque constamment, il oppose à ce qu'il appelle surtout l'usage vulgaire<sup>1</sup> (*vulgaris modus* ou encore *consuetudo*) l'art, la science, la doctrine géométrique (*ars, scientia geometrica, doctrina*) ; pour lui, la coutume vulgaire est une sorte de « *mos laicalis* », où ne réside pas la véritable valeur démonstrative<sup>2</sup>, et il met en regard les distinctions et les finesse de la science géométrique réelle (*subtilitas, subtilitates geometrice*), sur lesquelles il revient fréquemment.

Mais il va sans dire que, si dans l'usage vulgaire (*vulgaris modus*), on voit prédominer les procédés matériels destinés à rendre sensible tel ou tel exposé géométrique, on en trouve encore l'emploi destiné à appuyer des démonstrations faites selon l'art (*secundum artem*) et avec force distinctions et subtilités géométriques. Cela est d'autant plus naturel qu'une partie de la *Practica geometrie* de Léonard de Pise et des *distinctions* qui la composent comprend l'arpentage<sup>3</sup>, et que les géomètres-arpenteurs du moyen âge, héritiers en partie des agrimenseurs romains, ainsi que les architectes d'alors, avaient à leur disposition des procédés pratiques, empiriques, dus, en partie sans doute, à la science livresque<sup>4</sup>, en partie aussi et surtout à la tradition et à l'enseignement oral transmis de maître à élève arpenteur.

Puisqu'il en est ainsi, il ne faut pas s'étonner de trouver dans la Pratique de géométrie de Léonard la mention répétée et parfois la description précise de procédés matériels dont un certain nombre sont déjà indiqués au moyen âge dans la géométrie dite de Gerbert, mais dont les uns ont reçu depuis lors une extension marquée, tandis que les autres y sont exposés avec une certaine précision. Nous en donnons ci-dessous un exemple tiré de la mesure des arcs de cer-

<sup>1</sup> *Scritti di Leonardo Pisano*. II. ed. Boncompagni, p. 2, p. 95, p. 202, 203, 207. — « Ipsi qui secundum vulgarem modum procedere voluerunt. » Ailleurs : « secundum subtilitatem geometricam procedere volunt que in Euclide aperte monstrantur »; p. 97 : « ut ipsa doctrina melius habeatur ostendendum est. »

<sup>2</sup> Après les premiers mots de l'*incipit* de sa *Practica geometrie*, Léonard de Pise s'exprime ainsi : « Opus jam dudum incepsum taliter... edidi, ut hi qui secundum demonstrationes geometricas; et hi qui secundum vulgarem consuetudinem, quasi laicali more, in dimensionibus voluerint operari super. VIII. hujus artis distinctiones... perfectum inveniant documentum. » (P. 1.) Cf. p. 187 : « Et ut hec que dicta sunt geometrice demonstrentur... »

<sup>3</sup> Cf. le passage suivant : « *modus vulgaris* quo uti debent agrimensor et est sufficiens in mensuratione omnium trigonorum » (p. 43).

<sup>4</sup> Sapientes vero antiqui ordinabant cum *arundinibus* triangulum similem in hunc modum... mensurabo siquidem super areus... cum *pertica* et *archipendulo*, prohiciendo lapillos super ipsos areus... » *Pract. geom.*, p. 108-109.

cle d'après le mode vulgaire, avec emploi de minces roseaux fixés avec du suif sur un cercle, de façon que la cordelette ne dévie pas de la circonference dudit cercle et que le géomètre-arpenteur ou le mêtreur puisse reconnaître la mesure de ces arcs. Mais aussitôt après cette description et cette vérification empirique, notre auteur fait prévaloir un exposé d'opération plus scientifique, avec emploi de tables de mesures et de concordance<sup>1</sup>.

« Sed hec talis investigatio non est operanda ab agri mensoribus, qui secundum vulgarem modum procedere volunt. Nam cum vulgariter longitudinem alicuius arcus habere desiderant, habeant aliquam mensuram lineam, que sit unius pedis, que possit curuari et extendi; et cum ipsa studeant metiri arcus, quos metiri desiderant; uel habeant funem unius pertice vel plurium; et cum ipsa studeant circiter mensurare arcus portionum circulorum figendo sepo arundines per gremium circuli, ut ipsa funis non deuiet a circumferentia circuli; et sic poterit habere mensuram arcuum circulorum.

« Sed ut ipsi, qui secundum geometricam scientiam operari desiderant leuius quam dictum sit, per notas cordas arcus ipsarum repeiriri valeant, sequentes tabulas composui, in quibus ordinate arcus 66 not[os] proposui; et ante unum quemque suam cordam in perticis et pedibus et unceis et punctis describi feci. Est enim pertica sex ped(u)m; et pes est decem et octo unciarum; et uncia viginti punctorum; vel pertica est unciarum .108. et punctorum .2160.; et superscripte corde .66. intelliguntur esse protracte in semicirculo uno, cuius dyameter est 42 perticarum; et quia quelibet corda, que in circulo protracta est, est corda duorum arcuum equalium; si ipsa corda fuerit dyameter, | vel inequalium, si non fuerit dyameter; ideo duos arcus ante ipsas cordas ordinayi, ut in sequentibus tabulis ostenditur ».

Nous retrouvons dans cet ouvrage l'indication de la plupart des instruments de mesure usités dans la *Geometria Gerberti* dont nous avons fait l'énumération précédemment, sous leur forme latine conservée ou à peine modifiée, comme, par exemple, l'*asta*, l'*arundinum instrumentum*; l'*orthogone* y est désigné aussi parfois sous l'apparence d'un triangle de bois (*triangulus ligneus*)<sup>1</sup>, qui devait pouvoir se tenir droit sur une surface plane « *orthogonaliter stare super planum* », et l'on y parvenait en le soutenant avec de la terre et de petites pierres « *fulciendo ipsum triangulum cum lapillis et cum terra* ».

<sup>1</sup> P. 204.

Il n'est pas surprenant que l'usage du quadrant, pour la mesure des hauteurs, soit connu de Léonard de Pise :

« Et quia pulcre et subtiliter et facile cum *quadrante*<sup>1</sup>, quem quidem *oroscopum* vocant, altitudines metiuntur, ipsum quadrantem et ea que in ipso ponuntur ad nostrum propositum facientia designare curavi ad presens ut subtilius que intendo valeam demonstrare. »

Mais il y a surtout un instrument, celui-ci d'ordre mécanique et des plus simples, qui occupe une place importante dans la *Pratique* de Léonard, parce que par sa sûreté et sa souplesse à la fois, il se prête à des opérations et à des vérifications géométriques très aisées; nous voulons parler du niveau avec fil à plomb, instrument par le moyen duquel on connaît si un plan ou un terrain est uni et horizontal, le petit poids étant suspendu, en forme de pendule, à l'extrémité d'un fil, de façon que, mis en mouvement, il fasse en allant et venant des oscillations, jusqu'à ce qu'il occupe la ligne verticale et perpendiculaire, mesure de la hauteur cherchée. Léonard de Pise a plusieurs fois l'occasion de renvoyer à cet instrument d'origine antique, qui a porté plusieurs appellations venues de l'antiquité, mais qui depuis la décadence de l'époque romaine est souvent désigné sous le nom de *perpendiculum*. Mais si Léonard emploie souvent la forme *perpendicularis*, à côté de celle de *cathetus*, pour indiquer la ligne verticale, usitée déjà dans les *Grom. vet.*, par Balbus, *Expositio et ratio mensurarum*, ce n'est pas cette forme latine, pas plus que celle de *libella* ou *norma*, qu'il applique couramment. Il se sert volontiers, comme pour la mesure de la hauteur des pyramides, de l'expression « *cum filo et plumbo* », ou, dans un autre passage « *filum cum quodam plumbino* », ce qui revient au même. Mais il y a plus, il nous donne ailleurs connaissance du nom de l'instrument en bois, niveau à poids, qui était appelé alors en latin « *archipendulus* », terme qui fait défaut dans le Glossaire de Du Cange, et que les lexicographes paraissent ignorer.

La description très simple qu'il fait de cet instrument vulgaire, de forme triangulaire (avec la fig. qui y est jointe dans son texte), montre la connexion frappante qu'on pouvait établir entre les éléments matériels dont il se composait et les formes géométriques qu'on avait

<sup>1</sup> P. 204, à la suite du développement placé sous l'*incipit* de la 7<sup>a</sup> *distinctio*. — P. 203, procédé du tir à l'arc de deux flèches retenues chacune par un fil.

<sup>2</sup> « Potes etiam ad notitiam altitudinum omnium pyramidum *cum instrumentis supradictis arundinum vel cum filo et plumbo verissime pervenire* » (p. 173).

à exposer et à vérifier, soit comme mesure, soit comme proportion. Nous l'appellerons en français *archipendule*<sup>1</sup>.

Il est intéressant de citer le fragment de Léonard qui le concerne :

« Est enim *archipendulus* i[n]strumentum ligneum habens formam trianguli equicerurii ; et ab uno angulorum pendit filum cum plumbo: cumque posueris basem ipsius a[r]chipenduli super perticam, et ab angulo superiori plumbum cum filo ceciderit super dimidium basis ipsius : tunc pertica stabit equidistanter illi plano, quod mensurare volueris ; quod potueris ad oculum deprehendere in subiecta figura, in qua ponitur pro pertica linea .*po*., super quam erectus est *archipendulus* .*abg*. ; et a puncto .*a*. cadit filum cum plumbo .*ad*. per punctum .*e*., qui est in medio .*bg*. » (*Pract. geom.*, p. 108).

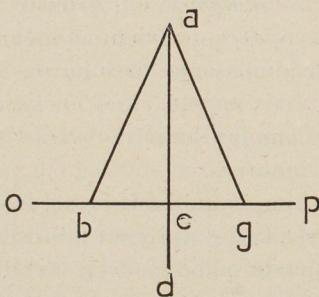
La connexion que nous venons de constater est encore visible dans d'autres passages ; ils nous font saisir sur le vif un des procédés de la géométrie pratique du XIII<sup>me</sup> siècle, dont un géomètre comme Léonard de Pise sait tirer des partis variés, en passant de l'usage vulgaire à ce qu'il appelle des démonstrations géométriques. Ainsi :

« Figi filum cum quadam *plumbino* quod pendeat extra arcum...<sup>2</sup>.

« Ad quod demonstrandum intelligam filum .*ma*. ascendens donec concurrat cum linea .*eq*. et concurrat in puncto<sup>3</sup>.

« Et ut hec geometrice demonstretur, cadat filum primum super punctum<sup>4</sup>.

<sup>1</sup> Voici la reproduction de la figure très simple qui est représentée en marge de la p. 108 de la *Practica geometriæ* de Léonard de Pise :



<sup>2</sup> *Op. cit.*, p. 204. — La rubrique de ce passage est la suivante : « Incipit septima distinctio de inventione altitudinum rerum elevatarum et profunditatum atque longitudinum planitierum. »

<sup>3</sup> P. 205 et Fig.

<sup>4</sup> Ces extraits se réfèrent à la 7<sup>a</sup> *Distinctio* « de inventione altitudinum, rerum elevatarum et profunditatum atque longitudinum planitierum, » p. 202 et s.

Dans divers endroits de la *Practica geometriæ*, comme dans le passage suivant de Giordano Nemorario († 1237), de *Triangulis*<sup>1</sup>, il n'est question ni de niveau, ni de fil à plomb ; c'est un exemple, entre cent, de langage classique, opposé à la langue vulgaire, dans l'énoncé qui suit : « In omni triangulo, si ab opposito angulo ad medium basis ducta linea<sup>2</sup> dimidio ejusdem equalis fuerit, erit ille angulus rectus ; quod si major, acutus ; si vero minor, obtusus.... ». Le langage latin de Léonard de Pise, dans sa *Practica geometriæ*, révèle la variété de provenance de ses informations mathématiques. A côté de termes empruntés à l'usage courant ou vulgaire, comme il le dit lui-même, il y a ceux qui viennent des écrits antérieurs, de l'antiquité et du moyen âge, qui ne sont pas de simples métaphores, mais conservent, semble-t-il, la marque d'une origine concrète et expérimentale, qui s'est, à vrai dire, continuée jusqu'à nos jours dans le langage mathématique de la géométrie. Vu la forme détaillée et abondante de son exposition géométrique, la langue latine du moyen âge gagne, dans ses tournures comme dans sa lexicologie mathématique, à être maniée par notre auteur dont l'ouvrage, quelqu'imparfait et incomplet qu'il soit, fait relativement époque pour le fond et pour une certaine correction de la forme, dans l'évolution de la géométrie pratique et *artificialiste* du moyen âge.

7. — Dans le très ancien texte français de géométrie, du XIII<sup>e</sup> siècle, que nous avons mentionné plus haut, et dont nous avons préparé une nouvelle édition qui paraîtra prochainement, nous l'espérons, on trouve l'emploi très généralisé de procédés matériels, appliqués à des exposés géométriques, — principalement, mais non exclusivement, il faut bien le dire, — par l'usage et la coutume vulgaires (*vulgaris modus*). Justement, divers passages de la Géométrie de Léonard de Pise nous aident, par comparaison, à constater cet emploi et à expli-

<sup>1</sup> Ed. Max. Curtze, *Mittheilungen des Coppernicus-Vereins für Wissenschaft und Kunst zu Thorn*, 1887.

<sup>2</sup> Ailleurs « *protrahere lineam a puncto* (cf. aussi Léonard de Pise, *passim*, pour cette même expression). Par contre, voici des exemples de l'emploi de « *perpendicularis* » d'un usage alors assez fréquent « .... in latus trianguli *perpendicularis descendat....* »

« ... supra datam superficiem *perpendicularem deducere... perpendicularem... in altum erigere.* »

On appelait autrefois *perpendicule* (s. m.) (Leon. Pis. *Pract. geom.*, p. 162) la ligne verticale et perpendiculaire, qui tombant à plomb d'un objet élevé sert pour en mesurer la hauteur, en régler la verticalité.

quer des termes et des tournures de langage qui, au premier abord, paraissent manquer de clarté.

Nous ne parlerons pas ici de quelques instruments applicables à la géométrie pratique, qui sont mentionnés dans ce court opuscule ; la liste en est bien courte et nous aurons occasion d'y revenir bientôt ailleurs. Nous insisterons seulement sur l'emploi du niveau (*livel*) et du fil à plomb, ainsi que sur la locution *orneure du cercle* ; car ces deux points ont été négligés, comme bien d'autres d'ailleurs, par l'éditeur de ce texte sur la *Pratike de géométrie*, ou bien ont donné lieu inévitablement, par suite de cette négligence, à des interprétations plus au moins inexactes, ou même tout à fait erronées, sous le rapport lexicographique.

« Nous commencerons, dit l'auteur anonyme, une oeuvre sur le PRACTIKE DE GEOMETRIE, laquelle nous deviserons en 3 parties :

« En la première partie, enseign[er]ons nous<sup>2</sup> à trover le mesure des *planeces*<sup>1</sup>; en le seconde, à trover le mesure des *haute(s)c(h)es* et des *profondesces* et des *crasses mesures*; en la tierce, à trover les *minuces de gyometrie et d'astronomie covignables* as II parties devant. »

Ce simple énoncé des matières élémentaires de géométrie pratique fait bien supposer qu'à l'époque du XIII<sup>e</sup> siècle il y sera question du niveau comme dans la *Practica* de Léonard de Pise. Il en est ainsi en effet. L'emploi du niveau (sous-entendu fil à plomb) y est fréquemment mentionné pour servir à bien des démonstrations géométriques, d'ailleurs très sommairement indiquées. Les formes incorrectes *lunax*, *linel* que le texte manuscrit offre quelquefois et qui ont été maladroitement reproduites dans le texte imprimé, n'ont point de sens. Il faut leur substituer les formes *liviax*, *livel* qui répondent au mot français actuel *niveau*, de même qu'on trouve plus loin dans l'opusculle les formes régulières *toniax*, *tonel* pour désigner un tonneau. Les formes *libellus* (dér. de *libra*), au cas sujet (cf. *nivellus* Gloss. Du Cange) et *libellum*, au cas régime, ont donné naissance, dans le texte picard de notre opuscule aux mots *liviax*, au cas sujet, *livel*<sup>2</sup> au cas

<sup>1</sup> C'est bien *planece*, mot régulièrement formé de *planitia* dans le sens de surface plane, qu'il faut lire ici, et non *planete*, comme M. P. Tannery l'a justement fait remarquer dans le *Bull. des sc. math.*, 1892, p. 219.

<sup>2</sup> Autre exemple de l'emploi de *livel*, dans le sens de niveau que nous offre un texte français de la région du Nord, contiguë à la Picardie ; ce texte appartient au milieu du XIII<sup>e</sup> siècle ; nous le tirons du Dict. de Fr. Godefroy : « Et si doit on metre el fossé de vint pié trois estaches a *livel* une ou fossei dou bos del Fau, desous le conduit respondant a *livel*, ces trois deseure selone ce ke l'eauwe se portera. (1256, Flines, *Arch. Nord.*) — Cf. Villard de Honnecourt.

régime (cf. angl. *level*). Ces formes désignent donc un seul et même objet, un niveau qui ne servait pas seulement alors, nous le savons, aux architectes et constructeurs, aux charpentiers et maçons, aux arpenteurs et nivelleurs, mais aussi aux géomètres qui enseignaient pratiquement les éléments de leur science, ou comme on disait alors fréquemment, de leur art.

Cela étant donné, les mots *liviax*, *livel* ont dans le langage géométrique qui est employé dans le texte en question, la signification de hauteur d'un triangle. C'est l'interprétation que donne avec raison M. Cantor, à propos de la démonstration que fait notre auteur anonyme touchant la mesure du triangle équilatéral; mais encore une fois, il ne faut pas hésiter à corriger la lecture de *linel*, *lunax*<sup>1</sup>, et lui substituer celle de *livel*, *liviax*. C'est aussi le sens que leur reconnaît M. Paul Tannery dans le compte rendu critique qu'il a publié de l'ouvrage de M. Cantor<sup>2</sup>. Ce dernier a montré que la règle qui est donnée au sujet de la mesure du triangle équilatéral par l'auteur anonyme de cet ancien traité de géométrie, était connue depuis la lettre de Gerbert à Adalbold sur le calcul de l'aire des triangles<sup>3</sup>.

A l'explication des mots *livel*, *liviax*, avec le sens de niveau, et le sous-entendu de fil à plomb, se lie celle du terme *keure* qui apparaît, à côté de ces mots, maintes fois dans notre texte. Il ne faut pas chercher à le rapprocher de *kerre*, et à établir un rapprochement entre la forme *keure* et celle de *querre* (carré). Il n'en est rien philologiquement. Ce mot appartient surtout à l'ancien parler de la Picardie et forme l'indicatif (et aussi le subjonctif), à la 3<sup>e</sup> personne du singulier, du verbe *courir*. Ce mot est même assez typique pour avoir déjà été pris ailleurs comme exemple d'une des formes du parler picard. « Il est évident, dit M. G. Raynaud, que dans le mot *currunt*, où le *c* vélaire latin suivi de *u* doit rester dur et où l'*u* latin devient *eu*, le *c* sonnera toujours dur et que *currunt* donnera en picard la forme

<sup>1</sup> « Das gleichseitige Dreieck wird durch Zeichnung der Höhe (*linel* oder *lunax*) in zwei Hälften getheilt und dann Höhe und halbe Grundlinie vervielfacht; die Höhe findet man, indem  $\frac{1}{7}$  der Grundlinie von dieser abgezogen wird, eine Regel, welche seit dem Briefe Gerbert's an Adalbold bekannt war. » (Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, II (1892), p. 83; cf. *ibid.* I, p. 744, pour la lettre de Gerbert à Adalbold, cf. J. Havet, *Lettres de Gerbert* (1889), introd., p. XL.

<sup>2</sup> Voy. *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1892, 1<sup>e</sup> part., p. 218.

<sup>3</sup> Depuis lors a paru: *Une correspondance d'écolâtres du XI<sup>e</sup> siècle* publ. par M. P. Tannery et M. l'abbé Clerval (*Not. et Extr. des mss. XXXVI*, 1900).

*keurent.* » Il en serait de même, ajouterons-nous, de *currant* au pluriel, et ainsi *currat* au singulier donnera *keure*.

Mais que signifie au juste le mot *keure* (ou encore *keurent*) dans les exposés géométriques où nous le rencontrons ? Il a le sens de *multiplie* (ou *multipliant*) et voici comment. De même que le calcul se faisait sur des lignes parallèles, affectées aux unités de différents ordres, comme nous les avons, pour les procédés matériels d'arithmétique, et qu'en groupant les jetons dont on possérait un nombre suffisant, on pouvait figurer sur les lignes plusieurs nombres distincts, et qu'ainsi *jeter sur* signifiait : *multiplier par*, de même dans le style vulgaire de géométrie, faire porter le fil à plomb sur tel côté précis, signifiait *multiplier par* ; et l'on rendait ainsi sensible à l'œil, la démonstration que l'on faisait et que l'on pouvait suivre dans l'évolution conventionnelle du fil à plomb. Reportons-nous maintenant à l'un des passages, cités plus haut, où Léonard de Pise nous fait assister à des vérifications géométriques pour servir à ses démonstrations. Or, nous y trouvons la forme latine à peu près semblable *concurrat* : « *Ad quod demonstrandum, intelligam filum.ma.ascendens donec concurrat cum linea* » (p. 204). Il s'agit bien là de l'évolution du fil à plomb dont les positions coïncident avec telle ligne ou tel point utiles à connaître pour suivre la démonstration géométrique. Ajoutons toutefois que l'ancien traité français du XIII<sup>e</sup> siècle nous paraît bien indiquer, au moins figurément, une application de procédés matériels analogues à ceux que l'on rencontre dans Léonard de Pise, qui l'applique à la mesure des hauteurs dans les démonstrations d'arpentage décrites dans sa Septième Distinction ; si bien que, par extension d'une opération d'abord concrète, le sens de *keure* est devenu synonyme de celui de « *multiplie* » dans le langage laconique de l'auteur de l'ancien traité français de géométrie : il y revient souvent à propos du calcul de la surface de telle figure géométrique ; par exemple : « *Se tu veus trover l'aire du triangle ki a 2 costés ounis tant seulement, keure la moitiés* <sup>2</sup> *de la basse sor le livel* » (f° 152, v°, col. 1).

Venons enfin à l'expression *orneure du cercle*. Nous avons vu plus haut, par l'extrait de la correspondance de Gerbert, que l'on fabriquait alors des sphères, qu'on les recouvrait de cuir, qu'on les décorait de

<sup>1</sup> G. RAYNAUD, *Etude sur le dialecte picard dans le Ponthieu* d'après les chartes des XIII<sup>e</sup> et XIV<sup>e</sup> siècles. (*Bibl. Ec. d. Chartes*, 1876, p. 321.)

<sup>2</sup> On remarquera le cas sujet, soit au singulier, soit au pluriel, après *keure*, *keurent*. Dans l'exemple ci-dessus, le texte latin aurait mis : « *currat [illa] medietas.... super [illum]* » libellum...»

couleurs. Voulait-on calculer la superficie de la sphère (*spera*, es-*pere*), c'est sur cet instrument que l'on faisait des démonstrations géométriques. M. Cantor, et après lui M. P. Tannery ont fait ressortir l'intérêt que présente notre ancien texte du XIII<sup>e</sup> siècle pour le calcul de cette surface. Mais d'où vient et que signifie la locution *orneure du cercle*? C'est un point de lexicographie romane qui les a embarrassés. Voici le passage en question :

« *Se tu veus trover l'orneure du cercle*, multiplie le dyamètre par soi, et cele somme multiplie par 22, et cele somme devise par 7; la dénominations fera *l'orneure du cercle*, car elle est quadruple à l'aire du cercle. »

Nous avons eu occasion de nous occuper naguère de ce point et de résoudre cette difficulté au cours d'une étude dont nous demandons la permission de détacher l'extrait suivant : *Orneure du cercle* — superficie de la sphère, c'est-à-dire surface dorée d'un objet de forme ronde, comme une sphère recouverte d'une couche métallique. Toute la superficie d'un globe sphérique étant ainsi recouverte d'une couche dorée, l'expression *inauratura circuli* a désigné très anciennement la surface de la sphère ; c'était une question de géométrie pratique à résoudre que de calculer la superficie ou le volume d'une sphère d'une grandeur donnée, la sphère elle-même était considérée dans son volume comme un grossissement du cercle (*circulum incrassare*), suivant toutes les positions que ce cercle pouvait avoir autour d'un même centre. Nous avons trouvé dans le ms. 13084 de Munich le procédé de calcul usité pour trouver la mesure de la surface de la sphère. Que l'on suppose toute dorée la sphère sur laquelle se dressait la statue de la Victoire chez les anciens, c'était une question pratique à résoudre pour les géomètres que de savoir quelle quantité de métal devait servir à orner cette sphère, comme aussi de savoir combien de métal pourrait entrer dans l'intérieur de cette même sphère. Au moyen âge, on retrouve dans la *Géométrie* de Gerbert (éd. Olleris, p. 466) l'expression *circuli inauratura*: plus tard, on a dû confondre *inauratura* (de *inaurare*) avec la forme *ornatura* (de *ornare*), dont la signification était, en fin de compte, équivalente, et l'on a eu ainsi *orneure du cercle*, qui a signifié au XIII<sup>e</sup> siècle surface de la sphère.

<sup>1</sup> *Ouvr. cit.*, 1<sup>e</sup> éd., p. 83-84. Voy. les conjectures qu'en tire le savant auteur pour les connaissances mathématiques qu'on devait avoir dès lors en fait de fractions (Ueber die Möglichkeit besonderer Vorschriften zum Bruchrechnen).

<sup>2</sup> Compte rendu déjà cité, *Bull. des sc. math.*, 1892, p. 219.

(Sur la dorure chez les anciens, cf. Blümner, *Technologie und Terminologie der Gewerbe und Künste bei Griechen und Römern*, IV, § 16. *Arbeit in Gold und Silber*, p. 309 et suiv.)

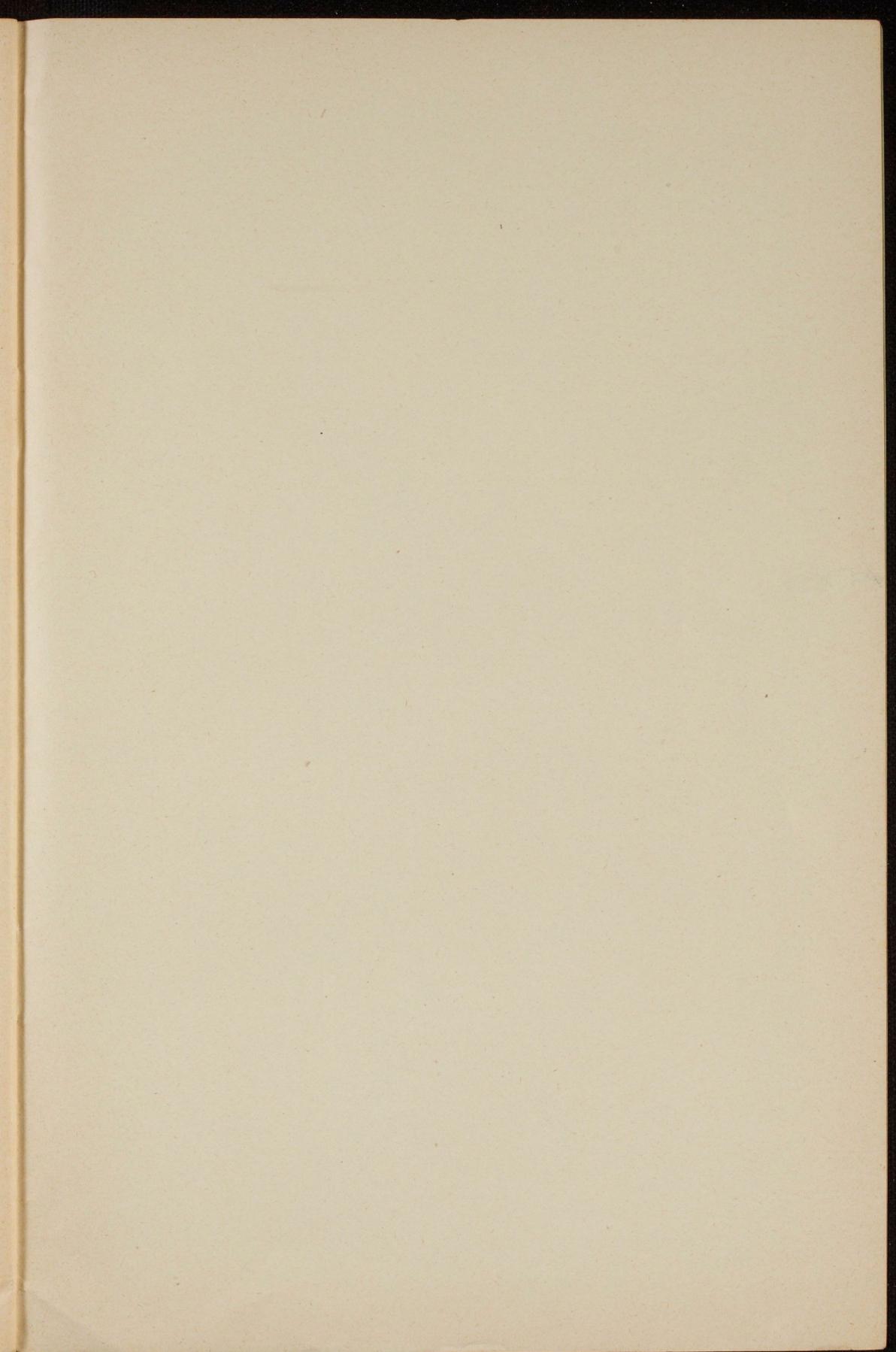
Nous arrêtons ici l'exposé de nos recherches. Quelque limité qu'en soit l'objet, quelque restreint que soit le choix des exemples que nous avons essayé de réunir, de comparer et d'interpréter, il nous a semblé que cette courte étude d'ensemble qui n'avait pas encore été entreprise, n'était pas sans intérêt sous le rapport historique. Au surplus, ce dernier point de vue n'est pas le seul qui existe présentement; il y a aussi dans cette question un côté d'actualité scientifique. Un juge très compétent, dont l'autorité et la science sont très considérables, écrivait il y a quelques mois à peine, au sujet de l'expérience en géométrie, les lignes suivantes que nous croyons devoir reproduire en terminant notre aperçu historique :

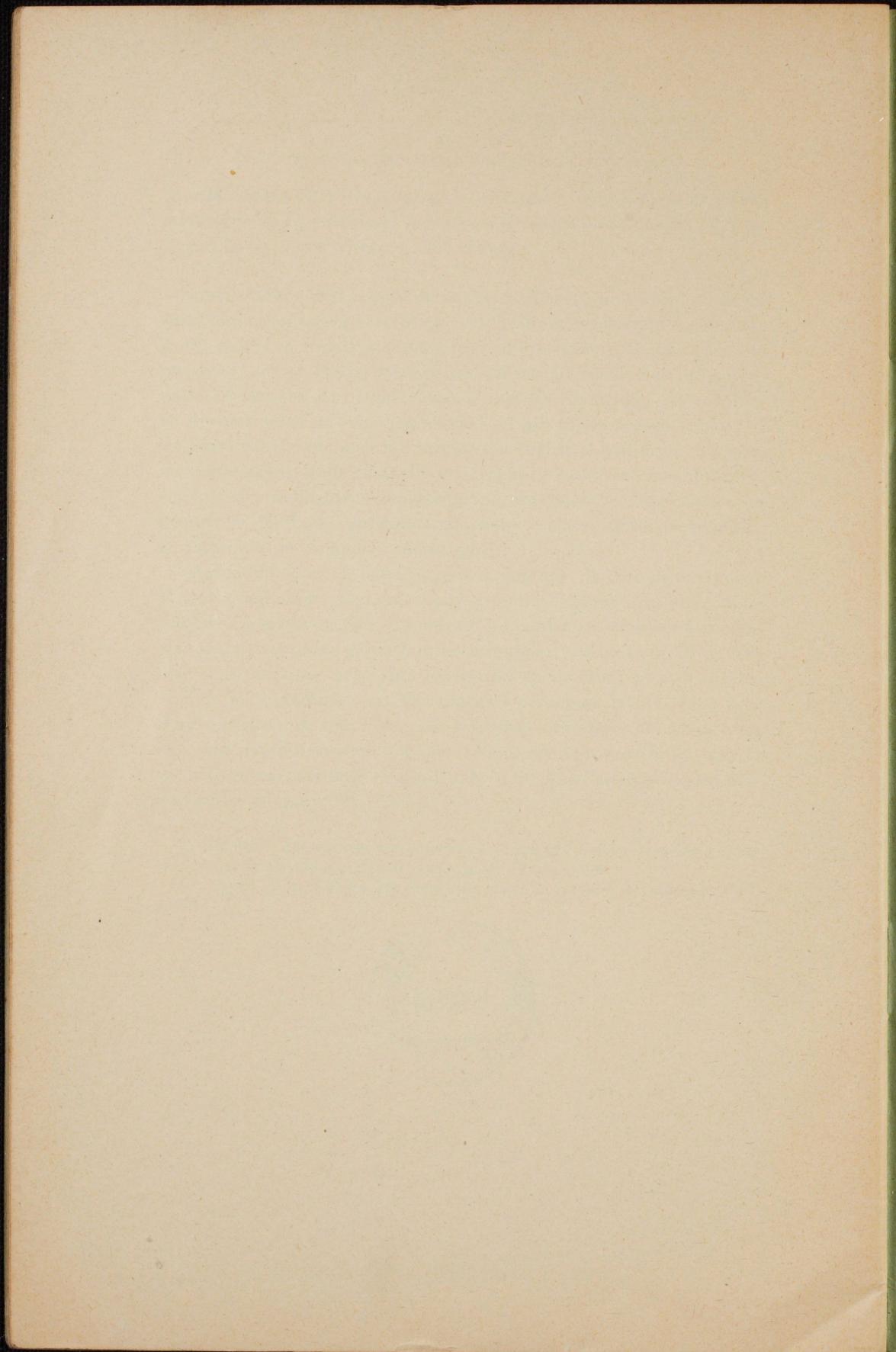
« Actuellement .... le côté purement logique, le côté de la rigueur et de la déduction sont beaucoup trop développés; les définitions semblent tomber du ciel. Il faudrait, au contraire, montrer aux commençants des objets géométriques en papier, en bois, en fil de fer; leur faire dessiner avec soin les figures qu'ils étudient et leur faire vérifier les théorèmes par des mesures prises sur les dessins; leur faire comprendre que l'idée de similitude s'impose dès qu'on veut faire un agrandissement ou une réduction d'un dessin, et que la théorie géométrique de la similitude n'est que l'analyse rigoureuse d'une idée courante, etc.<sup>2</sup>. »

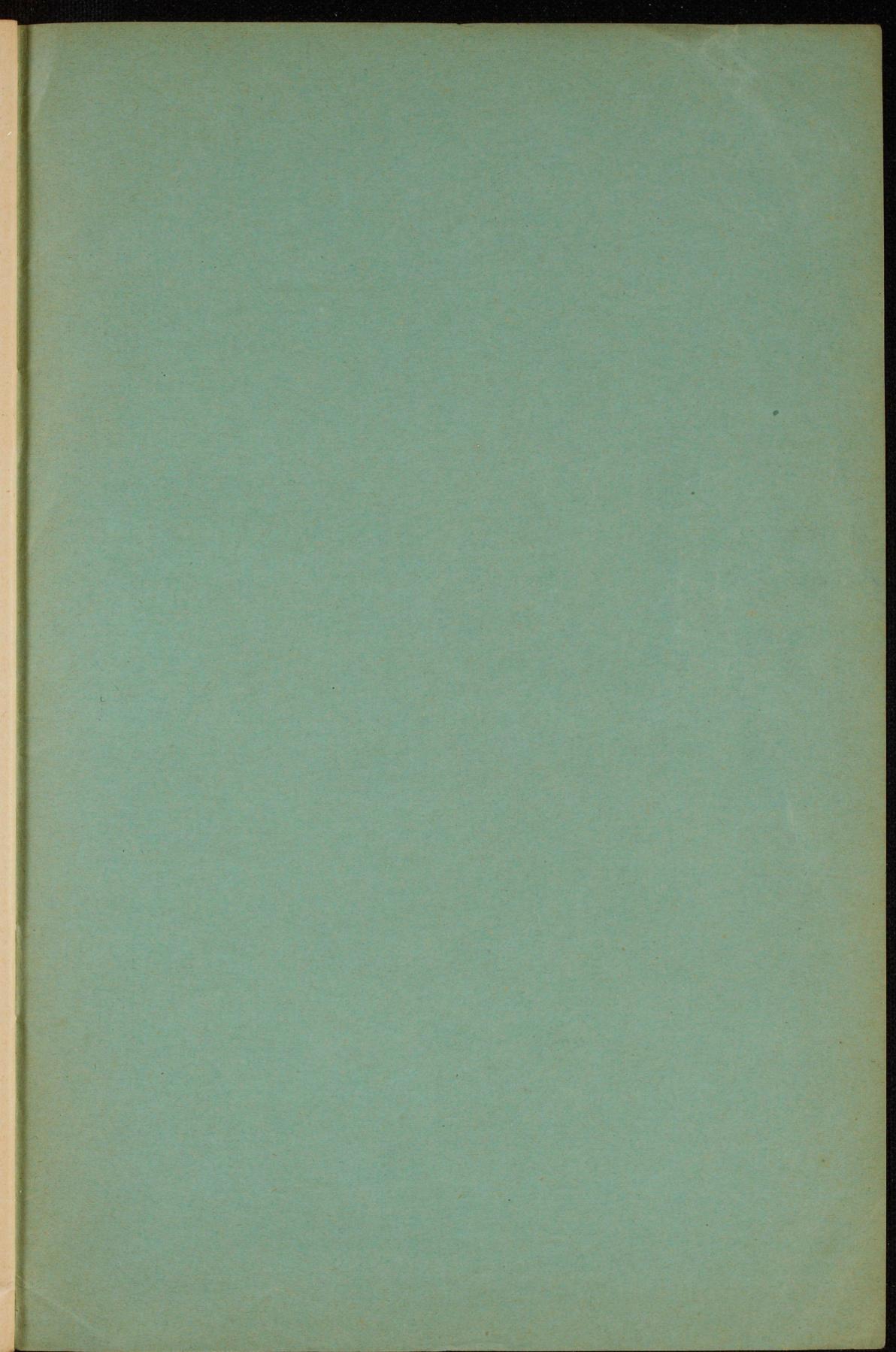
<sup>1</sup> V. Mortet. *La mesure des colonnes à la fin de l'époque romaine d'après un très ancien formulaire*, 2<sup>e</sup> éd. revue, p. 36; Paris, 1900.

<sup>2</sup> P. Appell. *L'expérience en géométrie*, dans le *Journal des savants*, 1903, p. 364.









22 (7

10 3.1428571

30

40

60

40

30

10

$$\frac{di}{4} \times di \times 3.1415$$

1408